

ORLAIVIO „CESSNA CITATION 3“ KREISERINIO SKRYDŽIO PARAMETRŲ OPTIMIZAVIMAS

Justinas Alekna

VGTU AGAI Aviacijos technologijų katedra

El. p. aleknaj@gmail.com

Santrauka. Avialinijos, siekdamos pelno, turi sumažinti savo kaštus neprarandant kokybės ir nedelsiant keleivių laiko. Viena iš tokių kaštų mažinimo dedamųjų yra skrydžio planavimas, teisingai suplanuotas skrydis – minimalios kuro sąnaudos, minimali skrydžio trukmė, mažiausias orlaivio nusidėvėjimas ir t.t. Klasikinis skrydžio planavimo būdas naudojant grafikus – ne itin tikslus, reikalauja daug laiko, žinių ir netoleruoja klaidų. Kompiuterinės skrydžių planavimo programos dėl aukštos kainos prieinamos tik stambioms aviakompanijoms. Straipsnyje aptariama alternatyvi kruizinio skrydžio planavimo programa, pritaikyta orlaiviui „Cessna Citation 3“ ir sukurta naudojant „Matlab“ daugiaplatforme kompiuterine įranga.

Reikšminiai žodžiai: kruizinis skrydžio režimas, iteracijų metodas, optimizavimo metodai, „MatLab“, „Cessna Citation 3“.

1. Įvadas

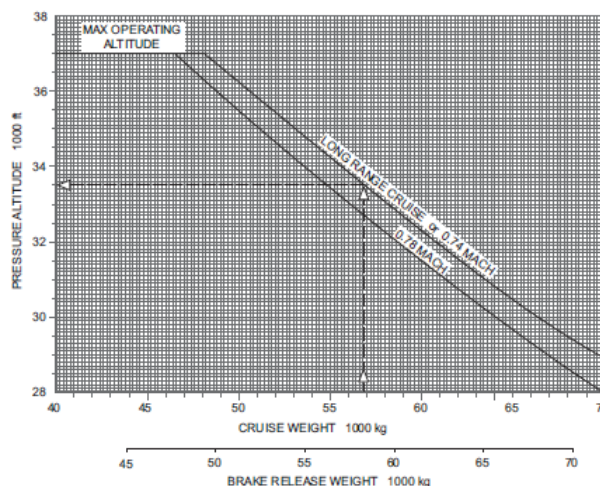
Šiuolaikinės aviakompanijos naudoja brangias kompiuterines skrydžio planavimo programas, tokias kaip „LIDO/Flight“ (šią programą sukūrė ir naudoja „Lufthansa“), „Jeppesen Jet Planer“, „Free Flight“. Šios programos gali pasiūlyti geriausią maršrutą atsižvelgdamos į tai, ko nori naudotojas: mažiausių kuro sąnaudų, kainos, į kurią įeina atlyginimai įgulos nariams, orlaivio nusidėvėjimo ar trumpiausio skrydžio laiko.

Programos dėl įmonių tarpusavio konkurencijos pastoviai tobulėja. 2012 m. vasario 1 d. išplatintas Singapūro avialinijų pranešimas, kuriame teigiama, jog atlikus du bandomuosius skrydžius orlaiviais „Boeing 747-400“ tarp Los Angelo ir Singapūro, skrydžio planavimui buvo naudotos „LIDO“ ir „Free Flight“ programos. Programa „LIDO“ sutrumpino skrydžio laiką 30 min. ir sutaupė 4 tonas kuro (Singapore ... 2012).

Kaip jau buvo minėta, pažangios kompiuterinės planavimo programos yra per brangios neturtingų šalių mažoms aviakompanijoms, o juo labiau privatiems orlaivių valdytojams ir entuziastams. Alternatyva šiems naudotojams yra klasikinis būdas, kai naudojami grafikai. Planavimas, naudojant šį būdą, yra lėtas, reikia peržiūrėti daug lentelių. Planuojama rankiniu būdu, naudojant tik pieštuką ir liniuotę, taip atsiranda žmogaus klaidos tikimybė, taip pat gana dažnai tenka rinktis tarp kelių žinomų variantų (1 pav.), todėl praktiškai neįmanoma apskaičiuoti 100% tikslumu. Klaida, išvėlusį jau pirmuose grafikuose, gali sukelti didžiulius neatitikimus tolimesniuose planavimo etapuose, todėl skrydis gali būti neekonomiškas.

Kuriant planavimo įrankį, kuris būtų prieinamas visiems, buvo naudojama „MatLab“ programa, kuriai pagal techninius reikalavimus kompiuteriams su Windows programine įranga tinka bet kuris nešiojamas kompiuteris:

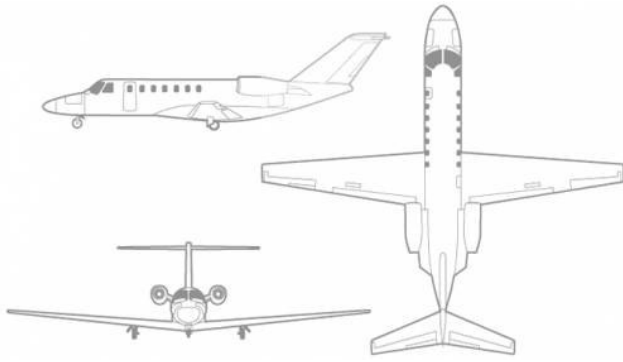
- Bet kuris Intel ar AMDx86 procesorius.
- 2-3GB laisva kietojo disko talpa.
- 1024MB operatyvioji atmintis.



1 pav. Grafikas naudojamas nustatyti optimalų skrydžio aukštį. Jeigu skrydžio greitis yra tarp 0,74 ir 0,78 Macho, tenka pasirinkti (CAP 697... 2006)

Fig. 1. Optimum altitude graph. If flight velocity is between 0.74 and 0.78 Mach we have to interpolate, to get an answer (CAP 697... 2006)

Kaip ir prieš tai aptarti du planavimo būdai, taip ir aptariamasis turi būti pritaikyti konkrečiam orlaiviui ir atitikti jo charakteristikas. Šis įrankis gali būti pritaikytas bet kokiam orlaiviui, žinant jo charakteristikas. Šiuo konkrečiu atveju pritaikyta vienam populiariausių verslo klasės turboventiliatorinių orlaivių „Cessna Citation 3“ (CC3) (2 pav.). Modelis pasirinktas neatsitiktinai, nes jis itin populiarus tarp privačių valdytojų ir nedidelių aviakompanijų.



2 pav. „Cessna Citation 3“

Fig. 2. „Cessna Citation 3“

Kreiserinis režimas – tai nusistovėjęs skrydis pastoviam aukštyje (oro tankis pastovus), kai keliamoji jėga lygi sunkio jėgai (1), o variklių traukos jėga lygi pasipriešinimo jėgai (2):

$$L = W \quad (1)$$

$$T = D \quad (2)$$

Aptariamas skrydžio planavimo įrankis gali būti naudojamas skaičiuojant parametrus, reikalingus nusistovėjusiam skrydžiui pasirinktame aukštyje ir randant ekonomiškiausio skrydžio aukštį bei greitį.

2. Kreiserinis skrydis

I lygtis (1) ir (2) ištačius keliamosios jėgos ir pasipriešinimo jėgos funkcijas nuo atakos kampo ir greičio, gaunamos (3) ir (4) lygtys:

$$\frac{1}{2} \rho V^2 S C_L(\alpha) - mg = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 S \left(C_{D,0} + \frac{C_L^2(\alpha)}{\pi e A R} \right) - T_R = 0 \quad (4)$$

Kai variklių trauka T_R yra nustatyta, tik nuo atakos kampo priklausys, ar orlaivis aukštės, žemės ar išlaikys pastovų aukštį (3 pav.). Taigi laikydami, kad variklių traukos jėga T_R yra laisvas parametras, mus dominantys kintamieji yra atakos kampas α ir greitis V .

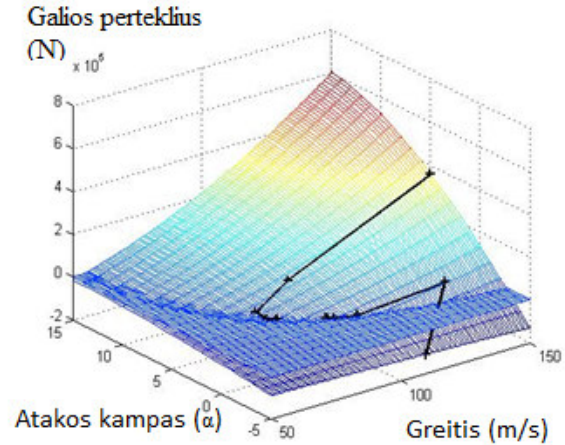
Skaičiuojant privaloma žinoti ir naudoti leistinas kintamųjų ribas, kurios neviršytų leistinų orlaivio techninių parametrų ribų, nurodytų techniniame orlaivio žinyne.

Sprendžiant (3) ir (4) lygčių sistemą naudojamas Newtono-Raphsono iteracinis metodas, kuriuo palaipsniui artėjama prie lygties sprendinių. Šis metodas gali būti naudojamas kvadratinų lygčių sprendimui nenaudojant šaknies traukimo (Bell 2010). Sistema pradedama spręsti spėjus pirmą lygties $f(x) = 0$ sprendinio reikšmę – x_0 , kita reikšmė skaičiuojama pagal formulę (6). Kadangi prie sprendinio artėjama palaipsniui, vis mažėjant „žingsniui“, iteracijų skaičiavimas sustabdomas, kai pasiekiamas tenkinantis tikslumas Δ (7):

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (6)$$

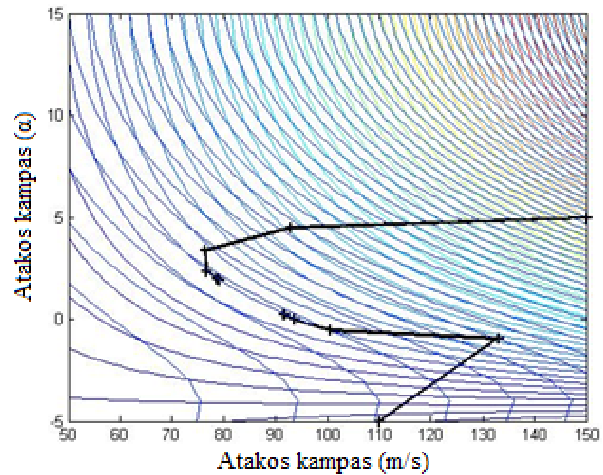
$$\Delta = \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (7)$$

Kintamasis x yra vektorius, kurio komponentės sudaro atakos kampas ir greitis. Priklausomai nuo pasirinkto pradinio spėjimo x_0 reikšmės, gaunami du sprendiniai (4 pav.). Šie du sprendiniai rodo, kad kiekvienam skrydžio aukščiui galimos dvi poros skrydžio parametrų: arba didesnis atakos kampas ir mažesnis greitis, arba mažesnis atakos kampas ir didesnis greitis.



3 pav. 3D (3) ir (4) traukos pertekliaus priklausomybė nuo atakos kampo ir greičio bei artėjimas prie sprendinių naudojant skirtingus pradinis taškus (dvi galimos sprendinių poros)

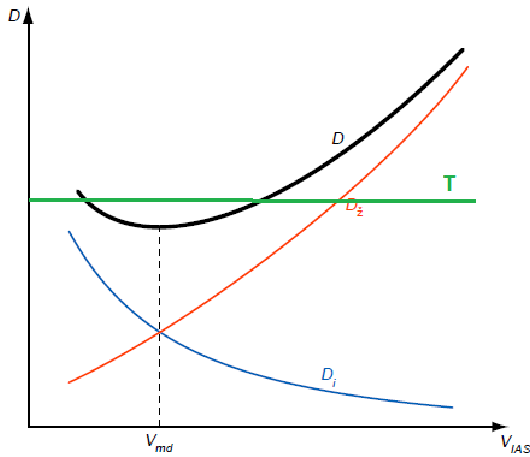
Fig. 3. Surplus of thrust (3) (4) dependence on angle of attack and speed with approach to solutions with different initial points (two pairs of solutions)



4 pav. Funkcijų (3) ir (4) izolinijos ir artėjimas prie sprendinių naudojant skirtingus pradinis taškus (dvi galimos sprendinių poros)

Fig. 4. Isolines of functions (3) and (4) with approach to solutions with different initial points (two pairs of solutions)

Gautus du galimus sprendinius galima paaiškinti naudojant visą orlaivio pasipriešinimo D kreivę (5 pav.), kurią sudaro indukcinė D_i – mažėjanti augant greičiui ir parazitinė žalinga D_z – didėjanti augant greičiui (Lasauskas 2008). Kadangi kreiseriniame skrydžio režime variklių trauka lygi visiškai orlaivio pasipriešinimui, tad variklių traukos jėgą vaizduoja horizontali tiesė T . Kaip matyti, pasipriešinimo kreivė turi minimumą, o traukos jėga yra horizontali tiesė, kertanti pasipriešinimo D kreivę dviejuose taškuose.



5 pav. Visas orlaivio pasipriešinimas ir jo dalys (Lasauskas 2008)

Fig. 5. Total aircraft drag and it's components (Lasauskas 2008)

Optimalaus greičio priklausomybė nuo aukščio pagrįsta tuo, kad didėjant aukščiui mažėja oro tankis, dėl to mažėja ir orlaivio patiriamas pasipriešinimas, kuris tiesiogiai priklauso nuo oro tankio ρ . Ta pati tendencija pastebima naudojantis klasikiniu–rankiniu planavimo metodu (1 pav.). Pakeitus skrydžio režimą nuo 0,74 iki 0,78 Macho, optimalus aukštis padidėja.

3. Optimalus skrydžio aukštis

Siekiant ekonomišką skrydžio, reikia rasti tokį skrydžio greitį ir aukštį, kuriems esant pasipriešinimo jėga būtų minimali. Uždavinys yra minimizuoti traukos jėgos funkciją (8), kai kintamieji yra skrydžio greitis V ir skrydžio aukštis, kuris išreikštas per oro tankį ρ :

$$\text{minimize } T_R = \frac{1}{2} \rho V^2 S \left(C_{D,0} + \frac{C_L^2(\alpha)}{\pi e A R} \right) \quad (8)$$

Kadangi orlaivis yra kreiseriniame skrydyje, tai keliamoji jėga yra lygi sunkio jėgai. Iš čia galima apskaičiuoti keliamosios jėgos koeficientą:

$$C_L = \frac{2mg}{\rho V^2 S} \quad (9)$$

Išstačius keliamosios jėgos koeficientą (9) į (8), gauname:

$$\text{minimize } T_R = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D,0} + \frac{2m^2 g^2}{\rho V^2 S \pi e A R}, \quad (10)$$

čia e yra Osvaldo naudingumo faktorius, lygus santykiui tarp elipsinio sparno AR proilgio su C_L keliamosios jėgos koeficientu, indukcinio pasipriešinimo koeficientu ir tiriamo sparno indukcinio pasipriešinimo koeficientu. CC3 orlaiviui $e=0.81$ reiškia, kad sparno indukcinis pasipriešinimas yra 1,2345 karto didesnis, palyginti, jei jis būtų elipsės formos.

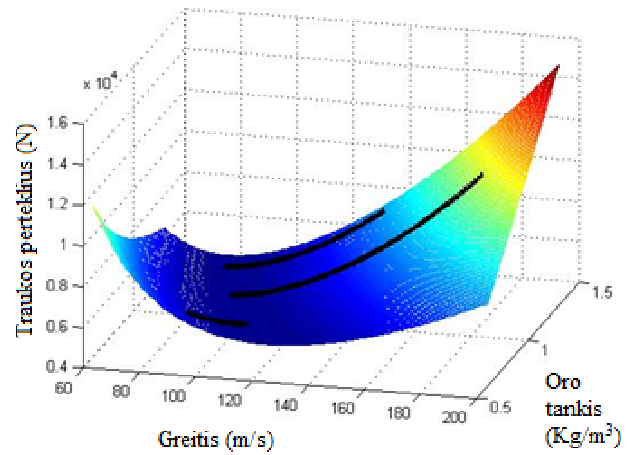
Uždaviniui spręsti naudojamas greičiausio nusileidimo metodas (angl. – *Steepest Descent Method*), dar žinomas kaip gradiento metodas. Šis algoritmas naudojamas rasti artimiausią vietinį funkcijos minimumą, jei tik tiriamos funkcijos gradientas gali būti apskaičiuotas, t.y. rastos dalinės išvestinės. $P(x)$ taške a greičiausiai mažėja judant neigiamo gradiento $-\nabla P(a)$ kryptimi (11). Kitas

iteracijos taškas randamas pagal (12) formulę, kur γ – žingsnis gradiento kryptimi, ne didesnis negu parinktas maksimalus žingsnis, lygus funkcijos $P(a+\gamma\nabla P(a))$ minimumo argumentui arba maksimaliam žingsniui, jeigu šiame intervale nėra funkcijos $P(x)$ minimumo (Meza 2009; Gradient... 2013):

$$\text{grad}P = \nabla P = \frac{\partial P}{\partial x_1} \vec{e}_1 + \dots + \frac{\partial P}{\partial x_n} \vec{e}_n = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x_1} \\ \dots \\ \frac{\partial P}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (11)$$

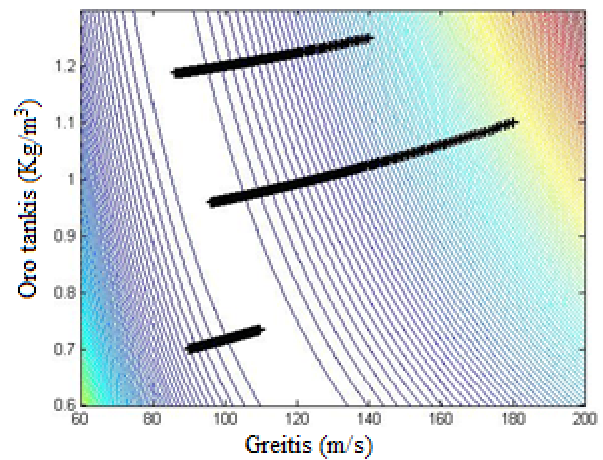
$$b = a - \gamma \nabla P(a) \quad (12)$$

6 ir 7 paveiksluose matyti, kad esant tam tikrai minimaliai traukai, orlaivis skris ekonomiškiausiu režimu, didėjant aukščiui didės ekonomiškiausio režimo greitis.



6 pav. 3D traukos pertekliaus T_R priklausomybė nuo skrydžio greičio ir skrydžio aukščio (oro tankio ρ) bei trys skirtingi artėjimai link minimumo (skirtingi pradiniai taškai)

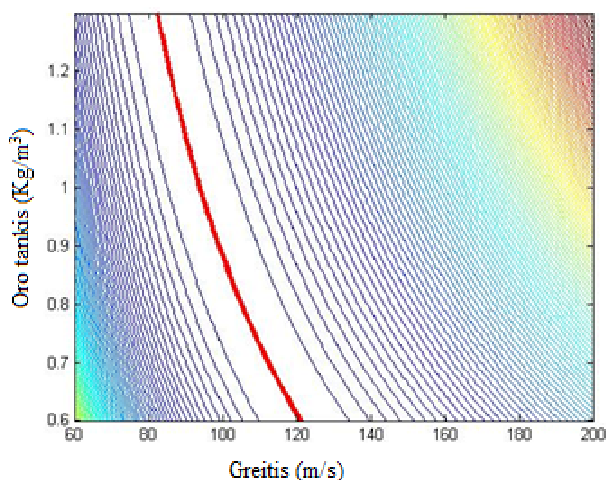
Fig. 6. Function T_R 3D dependence on speed and flight altitude (air density ρ) with three approaches to local minima (three different initial points)



7 pav. T_R funkcijos izolinijos su trimis skirtingais artėjimais link minimumo (skirtingi pradiniai taškai)

Fig. 7. Function T_R isolines with three approaches to local minima (three different initial points)

Atlikus daugiau bandymų kaskart naudojant vis skirtingą pradinį tašką, pastebime, kad nors ir nėra unikalaus sprendinio, bet yra tendencija – didėjant aukščiui didėja optimalus greitis (8 pav.). Optimalus greitis keičiasi nuo 83m/s jūros lygyje iki 121m/s 22,000 pėdų aukštyje.



8 pav. Optimalaus greičio, reikalaujančio minimalios variklių traukos, kitimas nuo jūros lygio iki 22,000 pėdų izolinijos

Fig. 8. Optimum flight velocity variation between mean sea level and 20,000 feet height. Optimum velocity is the required minimum thrust from engines

4. Išvados

Tyrimui pasirinktu įrankiu gauti rezultatai yra artimi klasikiniu būdu gautiems, o tai įrodo įrankio patikimumą. Esminis skirtumas – parametrų tikslumas ir piloto sugaištas laikas, kuris, naudojant kompiuterinę programą, sutrumpinamas iki reikalingo įvesti kintamuosius, tokius kaip orlaivio masė ar pasirinktoji variklių trauka.

Kaip ir šiuolaikiniuose orlaiviuose, taip ir šioje programoje žmogaus klaidos tikimybė sumažinama iki minimalios.

Literatūra

- Bell, M. 2010. *Newton-Raphson Iteration Method Derived and Explained Example* [interaktyvus] [žiūrėta 2013 m. balandžio 10 d.]. Prieiga per internetą: <http://suite101.com/article/newton-raphson-iteration-method-derived-and-explained-example-a266717>.
- CAP 697, JAA JAR-FCL Examinations, July 2006 2nd ed. Oxford. ISBN 0 11790 652 2.
- Gradient Descent [interaktyvus] [žiūrėta 2013 m. balandžio 12 d.]. Prieiga per internetą: http://en.wikipedia.org/wiki/Gradient_descent.
- Lasauskas, E. 2008. *Skrydžio principai*. Vilnius: Technika. 182 p. ISBN 978-9955-28-255-6. <http://dx.doi.org/10.3846/986-S>.
- Meza, J. C. 2009. *Steepest Descent*, [interaktyvus] [žiūrėta 2013 m. balandžio 11 d.]. Prieiga per internetą: <http://www.Eletrica.ufpr.br/artuzi/te804/arquivos/Steepest%20Descent.pdf>.
- Singapore Airlines. [interaktyvus] 2012. [žiūrėta 2013 m. balandžio 13 d.]. Prieiga per internetą: <http://www.asianaaviation.com/articles/88/IT-solutions-help-optimize-flight-planning>.

OPTIMISATION OF CRUISE FLIGHT PARAMETERS FOR AN AIRCRAFT CESSNA CITATION III

J. Alekna

Summary

Flight planning is one of the most important parts of preflight preparation. The classic method which uses tables is out of date, because it takes too much time and has a high risk of human error. Special planning programs are only available for high profit companies and require computers with high computation power. Nevertheless there is an alternative solution. A computer program based on high-level technical computing language used in MatLab program may be implemented. Almost any laptop meets the requirements for MatLab, therefore it could be used by any individual flyer or enthusiasts. It is capable to:

- Compute flight parameters required for steady, non accelerated flight by using Newton-Raphson iterative method.
- Compute optimum flight level and speed that requires least engine thrust by using Steepest Descent optimization method.

Results were compared with the ones achieved using classic method and showed only minor deviation, which confirms that this tool is working properly and may help to save time during preflight preparation

Keywords: cruise flight, iteration method, optimisation method, “MatLab”, “Cessna Citation 3”.